

1 ユークリッドの互除法

「ラメの定理」は、最大公約数を求めるのに、なぜ小学校で最初に学ぶような素因数分解よりも、互除法が優れているかを、はっきりと教えてくれる。扱う対象がせいぜい数百か数千までの数ならば、素因数分解したほうが速いこともある。しかし、数十桁の数になると、素因数分解は、とてつもなく時間がかかる。世界最高速の電子計算機でも長時間かかる。これに対して、互除法なら、たとえば 100 桁の数でも最大 500 回の除法ですむ。これは現代の高速計算機なら、1 秒の何百分の 1 以下の時間でできる P 問題である。この劇的な所要時間の差が、RSA 暗号体系の基礎の一つでもある。

暗号の数理 一松信著 プルーボックス 169 頁

互除法

二つの正の整数 m 、 n の最大公約数を求めるユークリッドの互除法は、一部の高校の教科書にも載っており、かなりよく知られている。それは次のような指令の集まりからなる。

- 1 m と n を比較し、必要なら入れかえて $m \geq n$ とせよ。
- 2 m を n で割り、商を q 、余りを r とせよ。
- 3 余り r が 0(割り切れた) ならば、そのとき除数 n が最大公約数である。これで完了。
- 4 余り r が 0 でなければ、除数 n と r を m 、 n と置き直して、2 へ戻れ。

暗号の数理 一松信著 プルーボックス 166 頁

練習問題

m と n の最大公約数を求めよ。

- 1 $m = 187$ $n = 143$
- 2 $m = 561$ $n = 231$
- 3 $m = 7564$ $n = 588$
- 4 $m = 119790$ $n = 42900$
- 5 $m = 919199$ $n = 830407$

初等整数論 H. スターク著 現代数学社 31 頁

1.1 暗号の解読 euclid.c

```
/*
   ユークリッドの互除法
   euclid.c
*/
#include <stdio.h>

int main()
{
    int a;
    int b;
    int m;
    int n;
    int r;

    printf("二つの整数を入力してください。 ");
    scanf("%d %d", &a, &b);

    m = a;
    n = b;

    while(m != n){
        if(m > n){
            m = m - n;
        }else{
            n = n - m;
        }
    }

    printf("最大公約数 = %d\n", m);

    /* 別解
    do{
        r = m % n;
        m = n;
        n = r;
    }while(r != 0);
```

```
printf("最大公約数 = %d\n", m);  
*/  
  
return 0;  
}
```

C 言語によるはじめてのアルゴリズム 河西朝雄著 技術評論社 36 頁